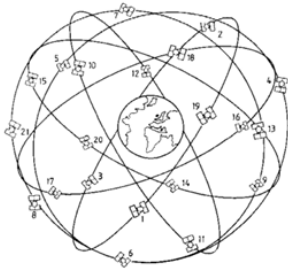


GPS-rendszer

A GPS egy modern helymeghatározó rendszer, amellyel háromdimenziós helyzetmeghatározás végezhető a földfelszínen, vízfelszínen vagy levegőben. Pontossága jellemzően méteres nagyságrendű, de különleges mérési módszerekkel, fix földi bázisállomás jelét is felhasználva akár milliméteres pontosságot is el lehet érni, valós időben. A GPS-t sok más technológiához hasonlóan katonai célokra fejlesztették ki, de ma már a civil élet számos területén széles körben alkalmazzák. Az alaprendszer a következő elemekből áll: - 24 darab, 12 órás keringési idejű, körpályákon keringő műhold, amelyek pályasíkjai egymással 30° -os szöget zárnak be. Mindegyik műholdon 2 atomóra található. - 5 darab földi, ún. monitorállomás, ahonnan az atomórák pontatlanságait korrigálják. - GPS-vevőberendezés, amelyből a Föld bármely pontján számtalan lehet. A GPS-műholdak két mikrohullámú frekvencián (1575,42 MHz és 1227,6 MHz) sugároznak. Egy adott pontban a helymeghatározást akkor tudjuk pontosan elvégezni, ha ismerjük a műholdak pontos helyét, és azt az időt, ami alatt a jel a műholdtól a készülékig eljutott. Mivel ismerjük a rádióhullámok terjedési sebességét, és ismerjük a rádióhullám kibocsátásának és beérkezésének idejét, így ezek alapján meghatározhatjuk a forrás távolságát. A Föld felszínén három ismert helyzetű ponttól mért távolság pontos ismeretében már meg tudjuk határozni a pozíciót. A többi műholdtól mért távolságokkal pontosítani tudjuk ezt az értéket.



a) Mutassa be Kepler II. és III. törvényét a Föld körül keringő műholdak esetében!

Melyik Kepler törvényből és hogyan következik, hogy a körpályán keringő GPS-műholdak sebessége állandó nagyságú?

b) A GPS-műholdak közül egy körpályán több is kering. Lehetséges-e, hogy az egyik utolérje a másikat, és összeütközzenek? Válaszát indokolja!

c) A Földhöz közel és a Földtől távol egyaránt keringenek körpályákon mesterséges holdak. Hogyan függ a Föld felszínétől vett távolságtól ezen mesterséges holdak keringési ideje? Válaszát indokolja! A 92 perces keringési idejű Nemzetközi Űrállomás vagy a GPS-műholdak keringenek magasabban?

d) Mit állíthatunk a Földhöz közelebbi, illetve a Földtől távolabbi körpályán keringő mesterséges holdak sebességének viszonyáról? Válaszát indokolja! Hasonlítsa össze a Nemzetközi Űrállomás és egy GPS-műhold sebességét! Melyik nagyobb?

e) Mit nevezünk geostacionárius műholdnak? Adja meg, hogy a Földfelszín mely jellegzetes pontjainak környezetében lesz biztosan nem látható egy geostacionárius pályára állított műhold!

f) Miért nem lehet olyan, az egész Földgolyón használható GPS-rendszert kifejleszteni, ami kizárólag geostacionárius műholdakat használ?

g) Ha a műhold rádiójelének idejét egymilliárdod másodperc pontossággal tudjuk mérni, milyen pontossággal tudjuk a műhold távolságát meghatározni?

(2025. május)

Megoldás: (18 pont)

Adatok: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $t = 1$ ns

a) A műholdak mozgásának jellemzése a Kepler-törvények alapján:

4 pont

Kepler II. törvényének megadása (1 pont)

Kepler III. törvényének megadása (1 pont)

Annak felismerése, hogy a GPS műhold állandó nagyságú sebessége Kepler II. törvényéből következik (1 pont)

A sebesség állandóságának indoklása a pálya alakja (a sugár állandó) alapján (1 pont)

b) Az ütközés lehetőségének megadása és magyarázata:

2 pont

Nem ütközhetnek össze (1 pont), mert ha azonos körpályán keringenek, a keringési idejük (a sebességük) egyforma (1 pont).

c) A keringési idők és keringési magasságok közti összefüggés ismertetése:

3 pont

Kepler III. törvényéből (1 pont) következően, ha $h_1 > h_2$, akkor $T_1 > T_2$ (1 pont), és így $h_{GPS} > h_{ISS}$ (1 pont).

d) A keringési sebességek és keringési magasságok közti összefüggés ismertetése:

3 pont

Ha $h_1 > h_2$, akkor $v_1 < v_2$ (1 pont), és így $v_{GPS} < v_{ISS}$ (1 pont). Indoklás, pl. a körmozgás

dinamikai feltételének felírásával: $G = \gamma \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{R}$ (1 pont).

e) A geostacionárius műhold fogalmának értelmezése, és a láthatóságra vonatkozó kérdés megválaszolása:

3 pont

A geostacionárius műhold olyan műhold, amely az Egyenlítő síkjában, körpályán (1 pont) kering a Föld forgásával megegyező irányba, és keringési ideje 24 óra (1 pont).

Vagy: A geostacionárius műhold olyan műhold, amely a Föld forgásával szinkronban kering (1 pont), mindig a Föld egy adott, egyenlítői pontja fölött (1 pont) tartózkodik. A sarkokról nem látható (1 pont) egy ilyen műhold.

f) A geostacionárius műholdakkal működő GPS-rendszer lehetetlenségének indoklása:

1 pont

Mivel a geostacionárius műholdak nem látszanak a sarkokról, a sarkvidéken nem működne a helyzetmeghatározás.

g) A távolságmeghatározás pontosságának megadása:

2 pont

$$\Delta d = c \cdot \Delta t = 0,3 \text{ m}$$

Összesen

18 pont